Lineare Gleichungen
Übung

1. Lösen Sie nach der Unbekannten auf.

   a) $4a = 8$
   b) $3a = 0$
   c) $a + 6 = 0$
   d) $a + 2 = 7$
   e) $5b + 15 = 0$
   f) $3b - 12 = 0$
   g) $4b - 16 = 8$
   h) $9b + 27 = 18$
   i) $3c + 7 = 0$
   j) $2c - 5 = 0$
   k) $8c - 7 = 3$
   l) $12c + 3 = 2$
   m) $2 \boxplus +3 = 4 \boxplus +5$
   n) $2 - \frac{3}{4} \boxminus = 1 - \frac{1}{12} \boxminus$
   o) $(\boxdot -4)(\boxdot -6) = (\boxdot -5)(\boxdot -7)$
   p) $2\text{●}^2 - 4\text{●} + 3 = 4 - 3\text{●} + 2\text{●}^2$
   q) $-3 - \text{◐} = 11 - (-\text{◐} + 8)$
   r) $20 - 5\text{◒} = 4\text{◒} + 3$
   s) $41 + 13\text{◓} = 55 - 8\text{◓}$
   t) $15\text{◔} + 13 = 3\text{◔} - 3$
   u) $(1{,}2 + 2{,}7\text{◕}) - (0{,}5 + 1{,}6\text{◕}) = 3{,}5\text{◕} - (3{,}4\text{◕} - 1{,}1)$
   v) $3 - [(2\text{◑} + 40) - (100 + \text{◑})] = 3 - 3\text{◑}$

2. Geben Sie die Lösungsmenge der linearen Gleichungen über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$ an.

   a) $2x = 12$
   b) $-4x = 24$
   c) $x + 4 = 9$
   d) $3x + 5 = 3x + 2$
   e) $x - 5 = 8$
   f) $1{,}2 - x = 0{,}75$
   g) $88 = 4x + 16$
   h) $3x - (2x + 5) = 7$
   i) $x - 6 = 4 - 2(5 - \frac{1}{2}x)$
   j) $x^2 - 4x = x^2 + 2x + 12$
   k) $2x - 7 + 3x = x + 3 + 4x$
   l) $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2)$
   m) $27x - 4 - 6x = 20x + 6 + x - 10$
   n) $x - [(4x + 4{,}5) + 3{,}5] = 2{,}5 - (3{,}5 - 4x)$
   o) $[3x - (2x^2 + 3)] - 2 \cdot \{5x + 7 - [x^2 + x - (x - 1)] + 3\} = 0$

3. Entscheiden Sie, ob es sich bei den Gleichungen mit der Variablen x um eine lineare Gleichung handelt.

   a) $2x + 3 = 0$
   b) $\frac{1}{4}x = 5$
   c) $2x^2 + x = 2x^2 + 5$
   d) $x^2 + 3x = 4$
   e) $x - 2a = 0$
   f) $bx + b^2 = 0$
   g) $2\sqrt{x} - 8 = 0$

4. Lösen Sie die physikalischen Gleichungen nach den jeweils angegebenen Größen auf.

   a) $F_G = m \cdot g$ nach der Masse m

   b) $W = F \cdot s$ nach der Kraft F

   c) $E_{Pot} = m \cdot g \cdot h$ nach der Höhe h

   d) $s = v_0 \cdot t + s_0$ nach der Geschwindigkeit v_0

   e) $F_S = D \cdot (x - x_0)$ nach der Längenänderung x

   f) $p = \frac{F}{A}$ nach der Fläche A

   g) $P = \frac{W}{\Delta t}$ nach der Arbeit W

5. Geben Sie, falls möglich, eine lineare Gleichung mit folgender Lösungsmenge an.

   a) $L = \{4\}$
   b) $L = \emptyset$
   c) $L = \{1; 3\}$
   d) $L = \mathbb{R}$
   e) $L = \{-5\}$

6. Geben Sie für die Gleichung $a \cdot x + b = 0$ in Abhängigkeit von $a, b \in \mathbb{R}$ eine Übersicht über die Anzahl der Lösungen an.

Lineare Gleichungen
Lösung

1.

a) $a = 2$
b) $a = 0$
c) $a = -6$
d) $a = 5$
e) $b = -3$
f) $b = 4$
g) $b = 6$
h) $b = -1$
i) $c = -\frac{7}{3}$
j) $c = \frac{5}{2}$
k) $c = \frac{5}{4}$
l) $c = -\frac{1}{12}$
m) ⊞ $= -1$
n) ⊟ $= 1{,}5$
o) ⊡ $= 6{,}5$
p) ● $= -1$
q) ◐ $= -3$
r) ◒ $= \frac{17}{9}$
s) ◓ $= \frac{2}{3}$
t) ◔ $= -\frac{4}{3}$
u) ◕ $= 0{,}4$
v) ◑ $= -6$

2.

a) $L = \{6\}$
b) $L = \{-6\}$
c) $L = \{5\}$
d) $L = \emptyset$
e) $L = \{13\}$
f) $L = \{0{,}45\}$
g) $L = \{18\}$
h) $L = \{12\}$
i) $L = \mathbb{R}$
j) $L = \{-2\}$
k) $L = \emptyset$
l) $L = \{7\}$
m) $L = \mathbb{R}$
n) $L = \{-1\}$
o) $L = \{-3\}$

3. .

a) Ja, hier ist $a = 2$ und $b = 3$.
b) Ja, die Gleichung könnte mit einer Äquivalenzumformung auf die Form $\frac{1}{4}x - 5 = 0$ gebracht werden.
c) Ja. Hier kommt zwar der Ausdruck $2x^2$ vor, der allerdings beim Vereinfachen wegfällt.
d) Nein. Dies ist eine quadratische Gleichung.
e) Ja, hier kommt ein Parameter a vor.
f) Ja. Der Parameter b existiert zwar quadratisch, nicht aber die Variable x.
g) Nein, eine Wurzel der Variablen kann in einer linearen Gleichung nicht vorkommen.

4.

a) $m = \frac{F_G}{g}$
b) $F = \frac{W}{s}$
c) $h = \frac{E_{Pot}}{m \cdot g}$
d) $v_0 = \frac{s - s_0}{t}$
e) $x = \frac{F_S + Dx_0}{D} = \frac{F_S}{D} + x_0$
f) $A = \frac{F}{p}$
g) $W = P \cdot \Delta t$

5.

a) z.B. $x + 2 = 6$
b) z.B. $x + 1 = x + 2$, es muss sich ein Widerspruch ergeben.
c) nicht möglich, da eine lineare Gleichung nie genau zwei Lösungen besitzen kann.
d) z.B. $x + 1 = 2x + 1 - x$, es ergibt sich eine allgemein gültige Aussage.
e) z.B. $x - 5 = -10$

6.

1. Fall: $a \neq 0$: Es existiert eine Lösung, und zwar $L = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$
2. Fall: $a = 0 \wedge b \neq 0$: Widerspruch, also keine Lösung, $L = \emptyset$
3. Fall $a = 0 \wedge b = 0$: Allgemein gültige Aussage, unendlich viele Lösungen, $L = \mathbb{R}$